



2015年教育第1問

1 次の各問に答えよ。

- (1) 整式  $P(x)$  を  $(x-1)(x-4)$  で割ると余りは  $43x-35$  であり,  $(x-2)(x-3)$  で割ると余りは  $39x-55$  であるという. このとき,  $P(x)$  を

$$(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)$$

で割ったときの余りを求めよ.

- (2) 座標平面に4点  $A(1, 1)$ ,  $B(1, -1)$ ,  $C(-1, 1)$ ,  $D(-1, -1)$  がある. 実数  $x$  が  $0 \leq x \leq 1$  の範囲にあるとき, 2点  $P(x, 0)$ ,  $Q(-x, 0)$  を考える. このとき, 5本の線分の長さの和

$$AP + BP + PQ + CQ + DQ$$

が最小となるような  $x$  の値を求めよ. ただし,  $x=0$  のときは  $PQ=0$  とする.

- (3) 1から10までの自然数からなる集合  $\{1, 2, \dots, 10\}$  の中から異なる3つの数を選ぶとする. このとき, 選んだ数の和が3で割り切れる確率を求めよ.

- (4) 座標平面において楕円  $E: \frac{x^2}{a} + y^2 = 1$  を考える. ただし,  $a$  は  $a > 0$  をみたす定数とする. 楕円  $E$  上の点  $A(0, 1)$  を中心とする円  $C$  が, 次の2つの条件をみたしているとする.

(i) 楕円  $E$  は円  $C$  とその内部に含まれ,  $E$  と  $C$  は2点  $P, Q$  で接する.

(ii)  $\triangle APQ$  は正三角形である.

このとき,  $a$  の値を求めよ.