0002042547597999

早稲田大学

2013年 教育 第1問

数理 石井K

1 次の $\boxed{}$ にあてはまる数または数式を記入せよ．

(1) a，b は定数で，x についての整式 x^3+ax+b は $(x+1)^2$ で割り切れるとする．このとき，$a=\boxed{}$，$b=\boxed{}$ である．

-3　-2

(2) 5個の自然数の組 $(a_1,\ a_2,\ a_3,\ a_4,\ a_5)$ で，

$$a_1=1,\quad a_n+1 \leqq a_{n+1} \leqq a_n+2 \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

を満たすものは全部で $\boxed{}$ 組ある．

16

(3) 3次関数 $f(x)$ は $x=1$ と $x=2$ で極値をとり，曲線 $y=f(x)$ と曲線 $y=\dfrac{3x}{2\sqrt{x^2+1}}+1$ は点 $(0,\ 1)$ において共通の接線を持つとする．このとき，$f(x)=\boxed{}$ である．

$\frac{1}{4}x^3-\frac{9}{8}x^2+\frac{3}{2}x+1$

(4) ある花の1個の球根が1年後に3個，2個，1個，0個（消滅）になる確率はそれぞれ $\dfrac{3}{10}$，$\dfrac{2}{5}$，$\dfrac{1}{5}$，$\dfrac{1}{10}$ であるとする．1個の球根が2年後に2個になっている確率は $\boxed{}$ である．

$\dfrac{169}{1250}$

(1)
$$\begin{array}{r} x-2 \\ x^2+2x+1 \,\big)\, x^3+ax+b \\ x^3+2x^2+x \\ \hline -2x^2+(a-1)x+b \\ -2x^2-4x-2 \\ \hline (a+3)x+b+2 \end{array}$$

$\therefore\ \underline{a=-3\ b=-2}$ //

(2) $a_1=1$ より，$2 \leqq a_2 \leqq 3$　$\therefore$ a_2 の決め方は 2通り

$a_2+1 \leqq a_3 \leqq a_2+2$　$\therefore$ a_3 の決め方は 2通り

同様に a_4, a_5 の決め方がそれぞれ 2通り　$\therefore\ 2^4=\underline{16\text{ 組}}$ //

(3) $f(x)$ が $x=1, 2$ で極値をとり，3次関数であることから，

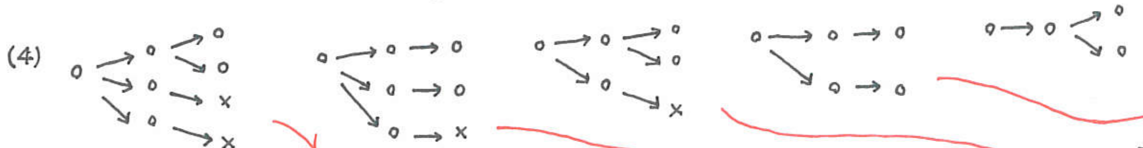
$f'(x)=a(x-1)(x-2)$ とおける（a は定数）

$g(x)=\dfrac{3x}{2\sqrt{x^2+1}}+1$ とおくと，$g'(x)=\dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{x^2+1}-x\cdot\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\cdot\frac{2x}{2}}{x^2+1}=\dfrac{3}{2(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

$\therefore f'(0)=g'(0)$ より，$2a=\dfrac{3}{2}$　$\therefore a=\dfrac{3}{4}$　$\therefore f(x)=\dfrac{3}{4}\left(\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+2x\right)+C$

$f(0)=1$ より，$C=1$　$\therefore\ \underline{f(x)=\frac{1}{4}x^3-\frac{9}{8}x^2+\frac{3}{2}x+1}$ //

(4)



$\dfrac{3}{10}\times\dfrac{2}{5}\times\left(\dfrac{1}{10}\right)^2\times {}_3C_1=\dfrac{18}{5000}$　$\dfrac{3}{10}\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^2\times\dfrac{1}{10}\times {}_3C_1=\dfrac{9}{2500}$　$\dfrac{2}{5}\times\dfrac{2}{5}\times\dfrac{1}{10}\times {}_2C_1=\dfrac{8}{250}$

$\dfrac{2}{5}\times\left(\dfrac{1}{5}\right)^2=\dfrac{2}{125}$　$\dfrac{1}{5}\times\dfrac{2}{5}=\dfrac{2}{25}$

(4)のつづき

$$\frac{18}{5000}+\frac{9}{2500}+\frac{8}{250}+\frac{2}{125}+\frac{2}{25}$$
$$=\frac{9+9+80+40+200}{2500}$$
$$=\frac{338}{2500}$$
$$=\underline{\frac{169}{1250}}\ //$$