



2016年教育第3問

3 座標平面上の動点  $P_t(x, y)$  の座標が,  $t$  の関数

$$x = e^{-t} \cos t, \quad y = e^{-t} \sin t$$

で与えられている. また  $O$  を原点とする. 実数  $a, b$  で  $0 < b - a < 2\pi$  であるものに対して, 線分  $OP_a$  と, 動点  $P_t$  が  $t = a$  から  $t = b$  まで動くときに描く曲線と, 線分  $OP_b$  とによって囲まれる部分の面積を  $S(a, b)$  とおく. 次の問に答えよ.

- (1)  $f(t) = S(0, t)$  とする. 導関数  $\frac{d}{dt} f(t)$  を求めよ.
- (2) 自然数  $n$  に対して,  $U(n) = S\left(\frac{n-1}{2}\pi, \frac{n}{2}\pi\right)$  とおく.  $U(n)$  を求めよ.
- (3) 無限級数  $\sum_{n=1}^{\infty} U(n)$  の和を求めよ.