

2018年教育第1問

1 以下の各問に答えよ。

- (1) 実数を係数とする3次式  $f(x)$  は  $f(1+i) = 4+3i$  かつ  $f(1+2i) = 4$  を満たすとする。このとき  $f(x)$  を求めよ。
- (2)  $a$  と  $p$  を正の実数とする。座標平面上に原点  $O(0, 0)$  を通る放物線  $y = ax^2$  と点  $P(0, p)$  がある。点  $A$  がこの放物線上を動くとき、線分  $AP$  の長さは  $A = O$  において最小値をとるとする。 $p$  を固定したとき、この条件を満たすような  $a$  の最大値を  $p$  を用いて表せ。
- (3) 点  $P$  は、数直線上の点  $1$  から出発し、さいころの出る目が  $1, 2, 3, 4$  ならば  $+1$  だけ、 $5, 6$  ならば  $-1$  だけ動く。この試行を繰り返し、点  $P$  が点  $0$  または点  $5$  に到達したときに試行は終了するものとする。点  $P$  が点  $5$  に到達して終了する確率を求めよ。
- (4)  $a$  を正の実数とする。座標平面において不等式  $x^2 + y^2 \leq 1$  と不等式  $y \geq \frac{e^{ax}}{a}$  の表す領域の共通部分の面積を  $S(a)$  とするとき、 $\lim_{a \rightarrow \infty} S(a)$  を求めよ。