

2012年 スポーツ科学学部 第4問

4 1と2を用いて n 桁の自然数を作る. このような n 桁の自然数のうち, 3の倍数となる数の個数を a_n , そうでない数の個数を b_n とする.

$$a_1 = \boxed{\text{ク}}, \quad b_1 = \boxed{\text{ケ}}$$

である. また,

$$a_n + b_n = \boxed{\text{コ}}^n$$

であり, さらに, 実数 p, q, r, s を用いて,

$$a_{n+1} = pa_n + qb_n$$

$$b_{n+1} = ra_n + sb_n$$

と表すことができる.

$$p = \boxed{\text{サ}}, \quad q = \boxed{\text{シ}}$$

である. ここで, $c_n = \frac{a_n}{2^n}$ とおくと,

$$c_{n+1} = \frac{\boxed{\text{ス}}}{2}c_n + \frac{\boxed{\text{セ}}}{2}, \quad c_1 = \boxed{\text{ソ}}$$

となる. よって,

$$a_n = \frac{\boxed{\text{タ}}}{3} (\boxed{\text{チ}})^n + \frac{\boxed{\text{ツ}}}{3}^n$$

である.