



2017年教育第1問

1 次の各問に答えよ.

- (1) 座標平面上で、点  $O(0, 0)$ ,  $A(0, 1)$ ,  $B(1, 0)$ ,  $C(1, 1)$  を考える. 点  $P$  が点  $B$  から点  $C$  まで動くとき、正方形  $AOBC$  の辺および内部において、線分  $OP$  の垂直二等分線が通る範囲の面積を求めよ.
- (2)  $n$  を 2 以上の自然数とする. 1 から  $n$  までの自然数の順列

$$a_1 a_2 \cdots a_n$$

のうち、 $a_k < a_{k+1}$  を満たさないような  $k$  がただ 1 つだけある順列の総数を  $P_n$  とする. 例えば  $n = 3$  の場合、条件を満たす順列全体は  $\{132, 213, 231, 312\}$  であるので、 $P_3 = 4$  である.  $P_{n+1}$  と  $P_n$  の関係式を求めよ.

- (3) 整数係数の 3 次多項式  $f(x)$  が  $f(0) = 1$  かつ  $f\left(\cos \frac{\pi}{7}\right) = 0$  を満たすとき、 $f(x)$  を求めよ.
- (4) 定数  $c$  は  $-1 < c < 1$  を満たすとする. すべての実数  $x$  に対して、関係式

$$f(x) + f(cx) = x^2$$

を満たす連続関数  $f(x)$  を求めよ.