

2017年 政治経済学部 第2問

増田

2 箱の中に1から n までの数字が1つずつかかれた n 枚のカードがある。この箱の中から1枚のカードを取り出して、数字を確かめてからもとにもどす。この試行を3回繰り返し、1回目、2回目、3回目に取り出したカードの数字をそれぞれ X, Y, Z とするとき、次の各問に答えよ。

- (1) $X = Y < Z$ になる場合の数を求めよ。
 (2) X, Y, Z のうち、少なくとも2つが等しい場合の数を求めよ。
 (3) $X < Y < Z$ になる場合の数を求めよ。

(1) $X = Y = 1$ のとき Z は $2 \sim n$ ($n-1$)コ
 $X = Y = 2$ のとき Z は $3 \sim n$ ($n-2$)コ
 ⋮ ⋮

$X = Y = (n-1)$ のとき Z は n 1コ

$$1 + 2 + 3 + \dots + (n-2) + (n-1) = \sum_{k=1}^{n-1} k = \frac{n(n-1)}{2} \text{通り} \dots (\text{答})$$

(2) $X = Y > Z$ となるのは、(1)と同様に

$$\frac{n(n-1)}{2} \text{通り}$$

よ、 $X = Y$ き Z となるのは $n(n-1)$ 通り

$X = Z$ き Y , $Y = Z$ き X の場合も含め、 X, Y, Z のうちちょうど2つが等しいのは
 $3n(n-1)$ 通り

$X = Y = Z$ となるのは n 通り

よ、求める場合の数は $3n(n-1) + n = (3n^2 - 2n)$ 通り ... (答)

(3) $X < Y < Z$ となるのは、 n 枚の中から異なる3枚を選び、それを数の小さい順に並べればよいので

$${}_n C_3 = \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = \frac{n(n-1)(n-2)}{6} \text{通り} \dots (\text{答})$$