



2010年医学部第4問

4 関数 $f(x)$ は、すべての実数 x に対して $f(x+2\pi) = f(x)$ を満たす連続な関数とし、 $\int_0^{2\pi} f(t) dt > 0$ とする。さらに

$$g(x) = x^3 + (3x^2 - 1) \int_0^{\pi} f(2t+x) dt$$

とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) すべての実数 a に対して $\int_0^a f(t) dt = \int_{2\pi}^{a+2\pi} f(t) dt$ が成り立つことを示せ。
- (2) すべての実数 a に対して $\int_a^{a+2\pi} f(t) dt = \int_0^{2\pi} f(t) dt$ が成り立つことを示せ。
- (3) 関数 $g(x)$ は 3 次関数であることを示せ。
- (4) 関数 $g(x)$ の極大値と極小値を $c = \int_0^{2\pi} f(t) dt$ を用いて表せ。
- (5) 方程式 $g(x) = 0$ の異なる実数解がちょうど 2 個のとき、 c の値を求めよ。