2011 年 第 3 問

$\boxed{3}$ 初項が a で公比が r の等比数列を $\{a_n\}$ とし，初項が b で公比が s の等比数列を $\{b_n\}$ とする．数列 $\{x_n\}$ を

$$x_n = a_n + b_n \quad (n = 1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

で定義するとき，以下の問いに答えよ．

（1）$x_1x_3 - x_2^2$ と $x_2x_4 - x_3^2$ をそれぞれ a，b，r，s の式で表し，因数分解せよ．
（2）$x_1x_4 - x_2x_3$ を a，b，r，s の式で表し，因数分解せよ．

以下では，$r < s$ とし，数列 $\{x_n\}$ のはじめの 4 つの項が

$$x_1 = 4,\quad x_2 = 7,\quad x_3 = 11,\quad x_4 = 13$$

となる場合を考える．

(3) a，b，r，s の値を求め，数列 $\{x_n\}$ の一般項を求めよ．
(4) 数列 $\{x_n\}$ の初項から第 n 項までの和 S_n を求めよ．
(5) 極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{x_n}{S_n}$ を求めよ．