



2017年 第4問

4 m を正の整数とする. 2つの整数 a, b について, a を m で割った余りと b を m で割った余りが等しいとき, a と b は m を法として合同であるといい $a \equiv b \pmod{m}$ と表す. p を素数, n を正の整数として, 以下の問いに答えよ.

- (1) k は p より小さな正の整数とする. ${}_p C_k k!$ を p で割った余りを求めよ. また, ${}_p C_k$ を p で割った余りを求めよ.
- (2) $(n+1)^p \equiv n^p + 1 \pmod{p}$ であることを示せ. ここで, 二項定理

$$(a+b)^k = \sum_{l=0}^k {}_k C_l a^l b^{k-l}$$

を証明なしに用いてよい. ただし, a, b は実数である.

- (3) $n^p \equiv n \pmod{p}$ を数学的帰納法により証明せよ.
- (4) 2020^{2017} を 2017 で割った余りを求めよ. ただし, 2017 は素数である.