



2012年 医学部 第3問

3 自然数 n に対して

$$S(x) = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} x^{2k-2}, \quad R(x) = \frac{(-1)^n x^{2n}}{1+x^2}$$

とする。さらに $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$ とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 等式 $\int_0^1 S(x) dx = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \frac{1}{2k-1}$ が成り立つことを示せ。
- (2) 定積分 $\int_0^1 f(x) dx$ の値を求めよ。
- (3) 等式 $S(x) = f(x) - R(x)$ が成り立つことを示せ。
- (4) 不等式 $\left| \int_0^1 R(x) dx \right| \leq \frac{1}{2n+1}$ が成り立つことを示せ。
- (5) 無限級数 $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots$ の和を求めよ。