

2010年 情報工学部 第2問

2 実数  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) に対して行列  $A$  を

$$A = \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \sin 2\theta \\ -\sin 2\theta & \cos 2\theta \end{pmatrix}$$

とする。また、実数  $k$  ( $k > 0$ ) に対して、 $x$ ,  $y$  は

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ k \end{pmatrix}$$

を満たす。そして、 $x$ ,  $y$ ,  $k$  を用いて座標平面上の2点  $P(x, y)$ ,  $Q(0, k)$  を定める。原点を  $O$  とする。以下の問いに答えよ。

- (1) 点  $P$  の座標を  $k$ ,  $\tan \theta$  を用いて表せ。
- (2)  $\angle OPQ$  を  $\theta$  を用いて表せ。
- (3)  $\triangle OPQ$  を  $x$  軸の周りに1回転させてできる立体の体積  $V(\theta)$  を求めよ。
- (4) (3) で求めた  $V(\theta)$  について、 $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{\theta}{2\pi} V(\theta)$  を求めよ。