0001685094138999

神奈川大学

2012年 理系 第1問

1枚目／2枚

数理 石#K

1 次の空欄を適当に補え．

(1) 方程式 $8\times8^x+7\times4^x=2^x$ の解は $x=$ $\boxed{\text{(a)}}$ である．　-3

(2) Oを原点 $(0,\ 0,\ 0)$ とする．ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(p,\ q,\ r)$ が，3点 $\mathrm{A}(1,\ 0,\ 0)$，$\mathrm{B}(0,\ 2,\ 0)$，$\mathrm{C}(0,\ 0,\ 3)$ を通る平面に垂直で，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=1$，$p>0$ を満たしているとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=$ $\boxed{\text{(b)}}$ である．　$\left(\frac{6}{7},\frac{3}{7},\frac{2}{7}\right)$

(3) $a_1=8$，$a_{n+1}=\dfrac{5}{4}a_n-10$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=$ $\boxed{\text{(c)}}$ である．　$40-32\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}$

(4) 正八面体の各面に1から8の数字を1つずつ書いた八面体サイコロが2つある．この2つを同時に投げたとき，少なくとも1つは1の目が出る確率は $\boxed{\text{(d)}}$ である．　$\frac{15}{64}$

(5) 関数 $y=\dfrac{\log x}{x}$ は，$x=$ $\boxed{\text{(e)}}$ のとき最大値をとる．　e

(6) $a\neq0$ とする．方程式 $x^3-(a+1)x+a=0$ が1以外の解を重解としてもつとき，$a=$ $\boxed{\text{(f)}}$ であり，そのときの重解は $x=$ $\boxed{\text{(g)}}$ である．　$-\frac{1}{4}$　$-\frac{1}{2}$

(1) $t=2^x$ とおくと．$(t>0)$

方程式は．$8\cdot t^3+7t^2-t=0$ となる．

$\therefore\ t(8t-1)(t+1)=0$　$t>0$ より．$t=\frac{1}{8}$　$\therefore\ \underline{x=-3}$ //

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\perp$ 平面ABC より．$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AB}}$ かつ $\overrightarrow{\mathrm{OP}}\perp\overrightarrow{\mathrm{AC}}$ すなわち，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=0$

ここで，$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=(-1,2,0)$，$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=(-1,0,3)$ より

$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AB}}=-p+2q=0\ \cdots$ ①　$\overrightarrow{\mathrm{OP}}\cdot\overrightarrow{\mathrm{AC}}=-p+3r=0\ \cdots$ ②

①，②より．$q=\frac{1}{2}p$，$r=\frac{1}{3}p$　これらを $p^2+q^2+r^2=1$ に代入すると，$p>0$ より

$\underline{\overrightarrow{\mathrm{OP}}=\left(\frac{6}{7},\frac{3}{7},\frac{2}{7}\right)}$ //

(3) $a_{n+1}-40=\frac{5}{4}(a_n-40)$

$\therefore$ 数列 $\{a_n-40\}$ は初項 -32，公比 $\frac{5}{4}$ の等比数列

$\therefore\ a_n-40=-32\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}$　$\therefore\ \underline{a_n=40-32\cdot\left(\frac{5}{4}\right)^{n-1}}$ //

(4) 1の目が1つも出ない確率は $\left(\frac{7}{8}\right)^2=\frac{49}{64}$

$\therefore$ 余事象より．$1-\frac{49}{64}=\underline{\frac{15}{64}}$ //

2枚目につづく

0001685094138999

神奈川大学

2012 年 理系 第 1 問　　2枚目／2枚

数理 石井K

1 次の空欄を適当に補え．

(1) 方程式 $8\times8^x+7\times4^x=2^x$ の解は $x=$ $\boxed{\text{(a)}}$ である．

(2) O を原点 $(0,\ 0,\ 0)$ とする．ベクトル $\overrightarrow{\mathrm{OP}}=(p,\ q,\ r)$ が，3 点 A$(1,\ 0,\ 0)$，B$(0,\ 2,\ 0)$，C$(0,\ 0,\ 3)$ を通る平面に垂直で，$|\overrightarrow{\mathrm{OP}}|=1$，$p>0$ を満たしているとき，$\overrightarrow{\mathrm{OP}}=$ $\boxed{\text{(b)}}$ である．

(3) $a_1=8$，$a_{n+1}=\dfrac{5}{4}a_n-10$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ によって定められる数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=$ $\boxed{\text{(c)}}$ である．

(4) 正八面体の各面に 1 から 8 の数字を 1 つずつ書いた八面体サイコロが 2 つある．この 2 つを同時に投げたとき，少なくとも 1 つは 1 の目が出る確率は $\boxed{\text{(d)}}$ である．

(5) 関数 $y=\dfrac{\log x}{x}$ は，$x=$ $\boxed{\text{(e)}}$ のとき最大値をとる．

(6) $a\neq0$ とする．方程式 $x^3-(a+1)x+a=0$ が 1 以外の解を重解としてもつとき，$a=$ $\boxed{\text{(f)}}$ であり，そのときの重解は $x=$ $\boxed{\text{(g)}}$ である．

(5) $y'=\dfrac{\frac{1}{x}\cdot x-\log x}{x^2}=\dfrac{1-\log x}{x^2}$

x	(0)	$\cdots$	e	$\cdots$
y'		$+$	0	$-$
y		$\nearrow$	$\frac{1}{e}$	$\searrow$

∴ $y'=0$ となるのは．$x=e$ のとき．

∴右の増減表より．最大となるのは．$\underline{x=e\ のとき}$〃

(6)
$$\begin{array}{r}
x^2+x-a \\
x-1\ \overline{)\ x^3-(a+1)x+a} \\
\underline{x^3-x^2\qquad\qquad} \\
x^2-(a+1)x+a \\
\underline{x^2-x\qquad\ \ } \\
-ax+a \\
\underline{-ax+a} \\
0
\end{array}$$

∴ 方程式は．$(x-1)(x^2+x-a)=0$ となる．

1を重解としてもたないことから．$1+1-a\neq0$ ∴ $a\neq2$ …①

$x^2+x-a=0$ の判別式を D とおくと．

$D=1+4a=0$ ∴ $\underline{a=-\frac{1}{4}}$〃 これは ① をみたす

このとき．$x^2+x+\frac{1}{4}=(x+\frac{1}{2})^2=0$ より．$\underline{x=-\frac{1}{2}}$〃