



2014 年 医学部 第 4 問

4 実数  $x$  に対し

$$f(x) = e^{3x} + e^{-3x}, \quad g(x) = e^{3x} - e^{-3x}$$

で定義される 2 つの関数  $f(x)$  と  $g(x)$  および  $h(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$  で与えられる関数  $h(x)$  について、以下の問いに答えよ。

(1) 関数  $f(x)$ ,  $g(x)$  は

$$\frac{d}{dx} f(x) = \boxed{\text{ア}} g(x), \quad \frac{d}{dx} g(x) = \boxed{\text{イ}} f(x)$$

という関係を満たす。また、関数  $h(x)$  に対して

$$h(0) = \boxed{\text{ウ}}, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) = \boxed{\text{エ}}, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} h(x) = \boxed{\text{オカ}}, \quad \frac{d}{dx} h(x) = \frac{\boxed{\text{キク}}}{(f(x))^2}$$

が成り立つ。

(2)  $x$  座標が  $a = \frac{1}{3} \log_e 2$  である点  $(a, h(a))$  における、曲線  $y = h(x)$  の接線を  $C$  とする。接線  $C$  と直線

$$y = \boxed{\text{エ}} \text{ の交点の } x \text{ 座標を } b \text{ とすると, } b - a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}} \text{ となる。}$$

(3)  $x \geq a$  の領域において、接線  $C$ 、曲線  $y = h(x)$ 、直線  $y = \boxed{\text{エ}}$  および直線  $x = t$  ( $> b$ ) で囲まれた図形の面積を  $S(t)$  とすると、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = \frac{\boxed{\text{シス}}}{\boxed{\text{セソ}}} + \frac{1}{\boxed{\text{タ}}} \log_e \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

が成り立つ。