

2011年教育学部第6問

6 $-1 \leq a \leq 1$ として、次の問に答えよ。

- (1) 直線 $y = a$ と半円 $x^2 + y^2 = 1 (x \geq 0)$ が、ただ1つの点を共有することを示せ。
(2) 方程式 $\sin x = a$ は閉区間 $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ の範囲でただ1つの実数解をもつことを示せ。
(3) $-1 \leq x \leq 1$ とする。次の条件

$$x = \sin y, \quad -\frac{\pi}{2} \leq y \leq \frac{\pi}{2}$$

をみたす y を $g(x)$ とおく。曲線 $y = g(x) (-1 \leq x \leq 1)$ の概形をかけ。

- (4) 曲線 $y = g(x)$ と2直線 $x = \frac{1}{2}$, $y = 0$ で囲まれる図形の面積を求めよ。ただし、 $g(x)$ は(3)で定義されたものとする。