

2013年 情報工学部 第3問

3 行列 $A = \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 6 \end{pmatrix}$ について、以下の問いに答えよ。

(1) 連立1次方程式 $\begin{cases} 3x + 4y = kx \\ x + 6y = ky \end{cases}$ が $x = y = 0$ 以外の解をもつような実数 k の値を2つ求めよ。

(2) (1) で求めた k の値を a, b ($a < b$) とし、 $B = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$ とする。実数 s, t に対し、行列 $P = \begin{pmatrix} s & t \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ が $AP = PB$ を満たすとき、実数 s, t の値を求めよ。

(3) (2) で定めた行列 B について、 B^n (ただし、 n は自然数) を推測し、その推測が正しいことを数学的帰納法で証明せよ。

(4) A^n を求めよ。ただし、 n は自然数とする。