2015年 経済学部 第1問

数理 石井K

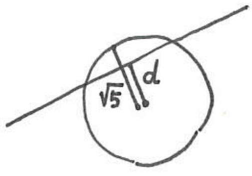
$\boxed{1}$ a を実数とする．円 $x^2+y^2-4x-8y+15=0$ と直線 $y=ax+1$ が異なる2点A，Bで交わっている．

(1) a の値の範囲を求めなさい．

(2) 弦ABの長さが最大になるときの a の値を求めなさい．

(3) 弦ABの長さが2になるときの a の値を求めなさい．

(1) 円 $(x-2)^2+(y-4)^2=5$ より. 中心 $(2,4)$, 半径 $\sqrt{5}$



$d<\sqrt{5}$

∴ 中心と $y=ax+1$ のキョリが $\sqrt{5}$ より小さい

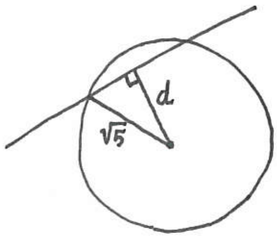
半径

∴点と直線のキョリ公式より.

$$d=\frac{|2a-4+1|}{\sqrt{a^2+1}}<\sqrt{5}$$

∴ $a^2+12a-4>0$ ∴ $a<-6-2\sqrt{10}$, $-6+2\sqrt{10}<a$ //

(2) 弦ABが直径となるときが最大



そのとき. 直線は円の中心 $(2,4)$ を通る

∴ $4=2a+1$ ∴ $a=\frac{3}{2}$ //

(3) 右上の図より. $AB=2\sqrt{5-d^2}=2$

∴ $d^2=4$

∴ $\frac{(2a-3)^2}{a^2+1}=4$

これを解くと, $12a=5$

∴ $a=\frac{5}{12}$ //