2011 年 医学部 第 3 問

3 自然数 $n$ に対し

$$S_n = \int_0^1 \frac{1-(-x)^n}{1+x}\,dx$$
$$T_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k-1}}{k(k+1)}$$

とおく．このとき以下の各問いに答えよ．

(1) 次の不等式を示せ．

$$\left| S_n - \int_0^1 \frac{1}{1+x}\,dx \right| \leqq \frac{1}{n+1}$$

(2) $T_n - 2S_n$ を $n$ を用いて表せ．

(3) 極限値 $\lim_{n\to\infty} T_n$ を求めよ．