2018年 工学部 第4問

4 関数 $f(x)=\dfrac{x}{1+x^2}$ について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x)$を微分せよ．

(2) $f(x)$の増減を調べ，極値を求めよ．

(3) $\sqrt[3]{x}=t$ とおいて置換積分法を用いて，不定積分 $\displaystyle\int \frac{\sqrt[3]{x}}{1+(\sqrt[3]{x})^2}\,dx$ を求めよ．

(4) (3)の結果を用いて，極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\sum_{k=1}^{n}\frac{\sqrt[3]{nk}}{n(\sqrt[3]{n^2}+\sqrt[3]{k^2})}$ を求めよ．