0001517902848999

昭和大学

2013年 医学部 第1問　　1枚目/3　　増田

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) 空間に点 $P(-4,\ -6,\ 3)$ がある．いま，2点 $A(2,\ -3,\ 0)$，$B(-4,\ 0,\ 12)$ を結ぶ直線上に点Hをとり，直線PHが直線ABと垂直になるようにする．点Hの座標を求めよ．

(2) 次の(ｉ)，(ii)に答えよ．

(ｉ) $\tan\dfrac{\theta}{2}=t$ とおく．$\sin\theta$ を t を用いて表せ．

(ii) $\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{1}{5}$ $(-\pi<\theta<\pi)$ とする．$\tan\dfrac{\theta}{2}$ の値を求めよ．

(3) 1から n までの番号が1つずつ書かれた n 枚の同じ形のカードがある．ただし，n は2以上の整数である．この n 枚のカードから，元に戻さずに1枚ずつ2回無作為に抜き出すとする．2回目に抜き出したカードの番号が1回目の番号より大きければ，2回目のカードの番号を得点とする．そうでなければ得点は0とする．次の問に答えよ．

(ｉ) m は $1\leqq m\leqq n$ を満たす整数とする．2回目のカードの番号が m となる確率を求めよ．

(ii) m は(ｉ)と同じとする．得点が m となる確率を求めよ．

(iii) 得点が0となる確率を求めよ．

(iv) 得点の期待値を求めよ．

(1) 点Hは直線AB上にあるので．実数 t を用いて次のように表せる。

$$\overrightarrow{OH}=t\overrightarrow{OA}+(1-t)\overrightarrow{OB}$$
$$=(2t,-3t,0)+(-4+4t,0,12-12t)$$
$$=(6t-4,-3t,12-12t)\quad\cdots(*)$$

$\overrightarrow{PH}=\overrightarrow{OH}-\overrightarrow{OP}=(6t,-3t+6,9-12t)$，$\overrightarrow{AB}=(-6,3,12)$

$PH\perp AB$ となるには，$\overrightarrow{PH}\cdot\overrightarrow{AB}=0$ となればよいので．

$$-36t-9t+18+108-144t=0$$
$$189t=126$$
$$3t=2\qquad \therefore t=\frac{2}{3}$$

$t=\frac{2}{3}$ を $(*)$ に代入して．Hの座標 $\underline{(0,-2,4)}$ //

2013年 医学部 第1問　　2枚目/3　　増田

$\boxed{1}$ 次の各問に答えよ．

(1) 空間に点 P$(-4,\ -6,\ 3)$ がある．いま，2点 A$(2,\ -3,\ 0)$，B$(-4,\ 0,\ 12)$ を結ぶ直線上に点 H をとり，直線 PH が直線 AB と垂直になるようにする．点 H の座標を求めよ．

(2) 次の(ｉ)，(ii)に答えよ．

(ｉ) $\tan\dfrac{\theta}{2}=t$ とおく．$\sin\theta$ を t を用いて表せ．

(ii) $\sin\theta+\cos\theta=-\dfrac{1}{5}$ $(-\pi<\theta<\pi)$ とする．$\tan\dfrac{\theta}{2}$ の値を求めよ．

(3) 1から n までの番号が1つずつ書かれた n 枚の同じ形のカードがある．ただし，n は2以上の整数である．この n 枚のカードから，元に戻さずに1枚ずつ2回無作為に抜き出すとする．2回目に抜き出したカードの番号が1回目の番号より大きければ，2回目のカードの番号を得点とする．そうでなければ得点は0とする．次の問に答えよ．

(ｉ) m は $1\leqq m\leqq n$ を満たす整数とする．2回目のカードの番号が m となる確率を求めよ．

(ii) m は(ｉ)と同じとする．得点が m となる確率を求めよ．

(iii) 得点が0となる確率を求めよ．

(iv) 得点の期待値を求めよ．

(2) (i) $\sin\theta=\sin\left(2\cdot\frac{\theta}{2}\right)=2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}$

$$=2\cdot\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\cos\frac{\theta}{2}}\cdot\cos\frac{\theta}{2}\cdot\cos\frac{\theta}{2}$$

$\cos^2 A=\dfrac{1}{1+\tan^2 A}$ を用いた

$$=2\tan\frac{\theta}{2}\cdot\frac{1}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}$$

$$=\underline{\frac{2t}{1+t^2}}\ //$$

(ii) (i)と同様に $\cos\theta=\cos\left(2\cdot\frac{\theta}{2}\right)=2\cos^2\frac{\theta}{2}-1=2\cdot\dfrac{1}{1+\tan^2\frac{\theta}{2}}-1=\dfrac{1-t^2}{1+t^2}$

$$\sin\theta+\cos\theta=\frac{2t}{1+t^2}+\frac{1-t^2}{1+t^2}=-\frac{1}{5}$$

$5(2t+1-t^2)=-(1+t^2)$

$4t^2-10t+6=0$

$2(t-3)(2t+1)=0$

$\therefore\ t=-\frac{1}{2},\ 3$ （両方とも適）

$\underline{\tan\frac{\theta}{2}=-\frac{1}{2},\ 3}\ //$

0001517902848999

昭和大学

2013年 医学部 第1問　　3枚目 / 3　　増田

1 次の各問に答えよ．

(1) 空間に点 $P(-4,\ -6,\ 3)$ がある．いま，2点 $A(2,\ -3,\ 0)$，$B(-4,\ 0,\ 12)$ を結ぶ直線上に点Hをとり，直線PHが直線ABと垂直になるようにする．点Hの座標を求めよ．

(2) 次の(i)，(ii)に答えよ．

(i) $\tan\frac{\theta}{2}=t$ とおく．$\sin\theta$ を t を用いて表せ．

(ii) $\sin\theta+\cos\theta=-\frac{1}{5}$ $(-\pi<\theta<\pi)$ とする．$\tan\frac{\theta}{2}$ の値を求めよ．

(3) 1から n までの番号が1つずつ書かれた n 枚の同じ形のカードがある．ただし，n は2以上の整数である．この n 枚のカードから，元に戻さずに1枚ずつ2回無作為に抜き出すとする．2回目に抜き出したカードの番号が1回目の番号より大きければ，2回目のカードの番号を得点とする．そうでなければ得点は0とする．次の問に答えよ．

(i) m は $1\leqq m\leqq n$ を満たす整数とする．2回目のカードの番号が m となる確率を求めよ．

(ii) m は(i)と同じとする．得点が m となる確率を求めよ．

(iii) 得点が0となる確率を求めよ．

(iv) 得点の期待値を求めよ．

(3) (i) 1回目がm以外　2回目にm

$$\frac{n-1}{n}\times\frac{1}{n-1}=\frac{1}{n}$$

(ii) 1回目がmより小さい　2回目にm

$$\frac{m-1}{n}\times\frac{1}{n-1}=\frac{m-1}{n(n-1)}$$

(iii) 得点が0となるのは、得点がmとなる時以外（余事象）

得点がmとなる確率は

$$\sum_{m=1}^{n}\frac{m-1}{n(n-1)}=\frac{1}{n(n-1)}\left\{\frac{1}{2}n(n+1)-n\right\}$$

$$=\frac{1}{n(n-1)}\cdot\frac{n(n-1)}{2}=\frac{1}{2}$$

求める確率は $1-\frac{1}{2}=\frac{1}{2}$

(iv) 得点の期待値は、確率に得点mを掛けて

$$\sum_{m=1}^{n}m\times\frac{m-1}{n(n-1)}=\frac{1}{n(n-1)}\sum_{m=1}^{n}(m^2-m)$$

$$=\frac{1}{n(n-1)}\left\{\frac{1}{6}n(n+1)(2n+1)-\frac{1}{2}n(n+1)\right\}=\frac{n+1}{3}$$