

2014年理系第5問

5 xy 平面上の曲線 $C: y = x^3 + x^2 + 1$ を考え、 C 上の点 $(1, 3)$ を P_0 とする。 $k = 1, 2, 3, \dots$ に対して、点 $P_{k-1}(x_{k-1}, y_{k-1})$ における C の接線と C の交点のうち P_{k-1} と異なる点を $P_k(x_k, y_k)$ とする。このとき、 P_{k-1} と P_k を結ぶ線分と C によって囲まれた部分の面積を S_k とする。

- (1) S_1 を求めよ。
- (2) x_k を k を用いて表せ。
- (3) $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{S_k}$ を求めよ。