



2013年工学部第3問

3 関数 $f(x) = \frac{1}{2}x^2$ ($x \geq 0$) の逆関数を $f^{-1}(x)$ とする. xy 平面上に 2 曲線 $C_1: y = f(x)$ と $C_2: y = f^{-1}(x)$ がある. 次の問いに答えよ.

(1) 2 曲線 C_1, C_2 で囲まれた図形の面積を求めよ.

(2) $a \geq 2$ とする. 曲線 C_1 上の点 $A\left(a, \frac{a^2}{2}\right)$ における接線を l_1 , 曲線 C_2 上の点 $B\left(\frac{a^2}{2}, a\right)$ における接線を l_2 とし, 2 直線 l_1, l_2 のなす角を θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) とする.

(i) $\tan \theta$ を a の式で表せ.

(ii) $\lim_{a \rightarrow \infty} \sin^2 \theta$ を求めよ.