



2013年 理学部（数理）第4問

4 自然数  $n$  に対し、座標平面上の点  $(n, 1)$  を  $P_n$  とする。また、 $r$  を正の実数とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) 1次変換  $f$  は、すべての  $n$  に対して  $f(P_n) = P_{n+1}$  を満たすとする。  $f$  を表す行列  $A$  を求めよ。
- (2) 1次変換  $g$  は、点  $(1, 1)$  を点  $(-2r, 1)$  に、点  $(-2r, 1)$  を点  $(2r^2 - r, 1)$  に移すとする。  $g$  を表す行列  $B$  を求めよ。
- (3)  $C = ABA^{-1}$  とする。行列  $C^n$  を推定し、それが正しいことを数学的帰納法によって示せ。
- (4) 行列  $C^n$  で表される1次変換による点  $(1, r)$  の像の  $x$  座標を  $x_n$  とする。  $r < 1$  のとき、  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$  を求めよ。