山形大学

2016年 人文学部 第2問　1枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{2}$ nを自然数とし，放物線 $y=-x^2+nx$ を C とする．このとき，次の問に答えよ．

(1) 放物線 C 上の点 $(1,\ n-1)$ における接線の傾きを a とする．$0 \leqq a \leqq 3$ を満たす n をすべて求めよ．

(2) 関数 $y=-x^2+nx$ の最大値を M とする．$1 \leqq M \leqq 5$ を満たす n をすべて求めよ．

(3) 放物線 C と直線 $y=-x$ で囲まれた図形の面積を S とする．$S \leqq 36$ を満たす n をすべて求めよ．

(4) $n \geqq 7$ とする．放物線 C の $x \geqq 6$ の部分と x 軸および直線 $x=6$ で囲まれた図形の面積を T とする．$T \leqq 72$ を満たす n をすべて求めよ．

(1) $y' = -2x+n$

$\therefore a = n-2$

$0 \leqq a \leqq 3$ より．$0 \leqq n-2 \leqq 3$　$\therefore 2 \leqq n \leqq 5$

nは自然数より．$\underline{n=2,3,4,5}$ //

(2) $y = -(x^2-nx)$

$= -\left(x-\frac{n}{2}\right)^2 + \frac{n^2}{4}$

$\therefore M = \frac{n^2}{4}$

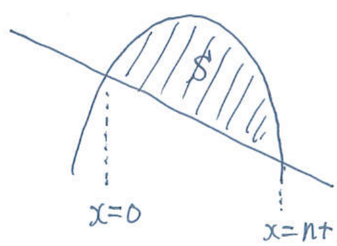
$1 \leqq M \leqq 5$ より．$1 \leqq \frac{n^2}{4} \leqq 5$　$\therefore 4 \leqq n^2 \leqq 20$

nは自然数より．$\underline{n=2,3,4}$ //

(3) $-x^2+nx-(-x)=0 \iff x\{x-(n+1)\}=0$

$\iff x=0,\ n+1$

$\therefore$ 交点のx座標は $x=0,\ n+1$



$\therefore S = \int_0^{n+1} -x^2+nx-(-x)\,dx$

$= \left[-\frac{x^3}{3}+\frac{n+1}{2}x^2\right]_0^{n+1}$

$= -\frac{1}{3}(n+1)^3 + \frac{1}{2}(n+1)^3$

$= \frac{1}{6}(n+1)^3$

$S \leqq 36$ より．$(n+1)^3 \leqq 6^3$　$\therefore n+1 \leqq 6$

$\therefore n \leqq 5$

nは自然数より

$\underline{n=1,2,3,4,5}$ //

2枚目へつづく

0002210369877999

山形大学

2016年 人文学部 第2問　2枚目／2枚

数理 石井K

$\boxed{2}$ nを自然数とし，放物線$y=-x^2+nx$をCとする．このとき，次の問に答えよ．

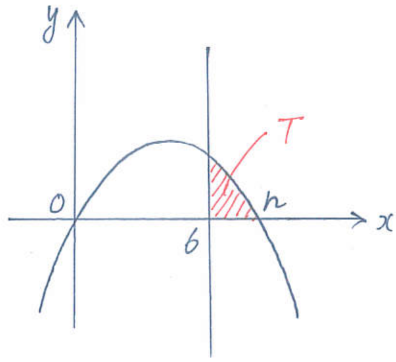
(1) 放物線C上の点$(1,\ n-1)$における接線の傾きをaとする．$0 \leqq a \leqq 3$を満たすnをすべて求めよ．

(2) 関数$y=-x^2+nx$の最大値をMとする．$1 \leqq M \leqq 5$を満たすnをすべて求めよ．

(3) 放物線Cと直線$y=-x$で囲まれた図形の面積をSとする．$S \leqq 36$を満たすnをすべて求めよ．

(4) $n \geqq 7$とする．放物線Cの$x \geqq 6$の部分とx軸および直線$x=6$で囲まれた図形の面積をTとする．$T \leqq 72$を満たすnをすべて求めよ．

(4) 右図より．



$$T=\int_6^n -x^2+nx\,dx$$

$$=\left[-\frac{x^3}{3}+\frac{n}{2}x^2\right]_6^n$$

$$=-\frac{1}{3}n^3+\frac{1}{2}n^3-(-72+18n)$$

$$=\frac{1}{6}n^3-18n+72$$

$T \leqq 72$より．$\frac{1}{6}n^3-18n \leqq 0$

$\therefore\ n^3-108n \leqq 0$

$n(n^2-108) \leqq 0$

$n>0$より．$n^2 \leqq 108$

nは7以上の自然数より．$\underline{n=7,8,9,10}$ //