



2010年医学部第4問

4 関数  $f(x)$  は、すべての実数  $x$  に対して  $f(x + 2\pi) = f(x)$  を満たす連続な関数とし、 $\int_0^{2\pi} f(t) dt > 0$  とする。さらに

$$g(x) = x^3 + (3x^2 - 1) \int_0^{\pi} f(2t + x) dt$$

とする。このとき、次の問に答えよ。

- (1) すべての実数  $a$  に対して  $\int_0^a f(t) dt = \int_{2\pi}^{a+2\pi} f(t) dt$  が成り立つことを示せ。
- (2) すべての実数  $a$  に対して  $\int_a^{a+2\pi} f(t) dt = \int_0^{2\pi} f(t) dt$  が成り立つことを示せ。
- (3) 関数  $g(x)$  は 3 次関数であることを示せ。
- (4) 関数  $g(x)$  の極大値と極小値を  $c = \int_0^{2\pi} f(t) dt$  を用いて表せ。
- (5) 方程式  $g(x) = 0$  の異なる実数解がちょうど 2 個のとき、 $c$  の値を求めよ。