山口大学

2013年 理（数理科学）・医 第2問

$\boxed{2}$ $f(x) = \tan x$，$g(x) = \dfrac{4x}{\pi(\pi - 2x)}$ とする．xy 平面において，曲線 $y = f(x)$ $\left(0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ と $y = g(x)$ $\left(0 \leqq x < \dfrac{\pi}{2}\right)$ をそれぞれ C_1，C_2 とするとき，次の問いに答えなさい．

(1) $0 < x < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，不等式 $f(x) > g(x)$ を証明しなさい．

(2) $0 < a < \dfrac{\pi}{2}$ のとき，2曲線 C_1，C_2 と直線 $x = a$ で囲まれた図形の面積を $S(a)$ とする．このとき，$\displaystyle\lim_{a \to \frac{\pi}{2} - 0} S(a)$ を求めなさい．

(3) m を実数とし，2曲線 C_1，C_2 と直線 $y = mx + 1$ で囲まれた図形の面積を $T(m)$ とする．このとき，$\displaystyle\lim_{m \to \infty} T(m)$ を求めなさい．