

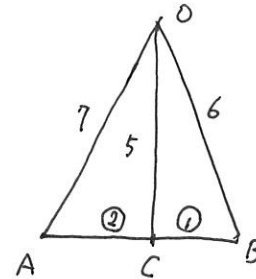


2014年 第2問

 数理
石井K

2 $\triangle OAB$ において、辺 AB を $2:1$ に内分する点を C とし、 $OA = 7$, $OB = 6$, $OC = 5$ とする。 $\vec{OA} = \vec{a}$, $\vec{OB} = \vec{b}$, $\vec{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の問いに答えなさい。

- (1) \vec{a} , \vec{b} を用いて \vec{c} を表しなさい。
 (2) 内積 $\vec{a} \cdot \vec{b}$ を求めなさい。
 (3) $\triangle OAB$ の面積を求めなさい。



$$(1) \vec{c} = \frac{1}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$$

$$(2) |\vec{c}|^2 = \frac{1}{9}|\vec{a}|^2 + \frac{4}{9}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{4}{9}|\vec{b}|^2 \text{ より}$$

$$25 = \frac{49}{9} + \frac{4}{9}\vec{a} \cdot \vec{b} + \frac{144}{9}$$

$$\therefore 225 = 193 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} \quad \therefore \underline{\underline{\vec{a} \cdot \vec{b} = 8}}$$

$$(3) \cos \angle AOB = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}||\vec{b}|} = \frac{8}{42} = \frac{4}{21}$$

$$\therefore \sin \angle AOB = \sqrt{1 - \frac{16}{21^2}} = \frac{\sqrt{441 - 16}}{21} = \frac{5\sqrt{17}}{21}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot 7 \cdot 6 \cdot \frac{5\sqrt{17}}{21} = \underline{\underline{5\sqrt{17}}}$$