



2016年理(数理科学)・医第4問

4 点 $O(0, 0, 0)$ と点 $A(1, 0, 0)$ に対して, 点 $B(b_1, b_2, 0)$ と点 $C(c_1, c_2, c_3)$ は

$$\angle AOB = \angle BOC = \angle COA = \frac{3\pi}{5}, \quad |\vec{OB}| = |\vec{OC}| = 1$$

を満たしているとする. $b_2 > 0$, $c_3 > 0$, また, $p = 2 \cos \frac{\pi}{5}$ とするとき, 以下の問いに答えなさい. ただし, 次の等式①を証明なしに用いてもよい.

$$4 \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} = 1 \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

- (1) 等式 $p^2 = p + 1$ が成り立つことを示しなさい.
 (2) $b_1 = \frac{1-p}{2}$ であることを示しなさい.
 (3) 点 $E(0, 0, 1)$ に対して, \vec{OC} を実数 k, l, m を用いて

$$\vec{OC} = k\vec{OA} + l\vec{OB} + m\vec{OE}$$

と表すとき, $m^2 = \frac{2+p}{5}$ であることを示しなさい.

- (4) 四面体 $OABC$ の体積を V とする. $V = \frac{p}{12}$ であることを示しなさい.