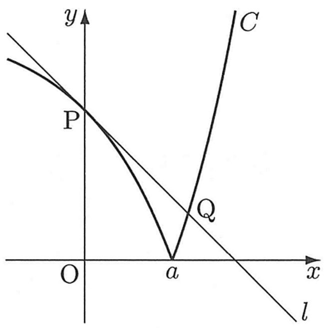
山口大学

2017 年 理（数理科学）・医 第 4 問

$\boxed{4}$ a を正の実数とし，関数 $f(x) = |e^x - e^a|$ を考える．xy 平面において，曲線 $y = f(x)$ を C とし，曲線 C と y 軸との交点を P とする．点 P における C の接線を ℓ とすると，C と ℓ は接点 P を含めてちょうど 2 点を共有する．点 P と異なる共有点を Q とし，点 Q の x 座標を b とすると，図より $b > a$ であることが分かる．このとき，次の問いに答えなさい．ただし，必要ならば，関数の極限の公式 $\displaystyle\lim_{x\to\infty}\frac{x}{e^x} = 0$ を証明なしに用いてもよい．



(1) 直線 ℓ の方程式を求めなさい．

(2) $\displaystyle\lim_{a\to\infty}(b-a) = \log 2$ が成り立つことを示しなさい．

(3) C と ℓ で囲まれた図形の面積を S とするとき，極限値 $\displaystyle\lim_{a\to\infty}\frac{S}{e^a}$ を求めなさい．