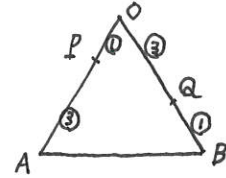




2013年 理工学部 第1問

1 一辺の長さが2の正三角形OABにおいて、線分OAを1:3に内分する点をP、線分OBを3:1に内分する点をQとする。 $\vec{OA} = \vec{a}$ 、 $\vec{OB} = \vec{b}$  とするとき、次の間に答えよ。

- (1)  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  の内積  $\vec{a} \cdot \vec{b}$  の値を求めよ。  
 (2)  $\vec{PQ}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表せ。  
 (3) 線分PQの長さを求めよ。  
 (4) 線分OBの midpoint をCとし、線分ACと線分PQの交点をRとする。 $\vec{OR}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$  を用いて表せ。



$$(1) \vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 60^\circ = 2 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} = 2 //$$

$$(2) \vec{OP} = \frac{1}{4}\vec{a}, \vec{OQ} = \frac{3}{4}\vec{b} \text{ より}, \vec{PQ} = \vec{OQ} - \vec{OP} = \underline{\underline{-\frac{1}{4}\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b}}}$$

$$(3) (2) \text{ より}, |\vec{PQ}|^2 = \frac{1}{16}|\vec{a}|^2 + \frac{9}{16}|\vec{b}|^2 - \frac{3}{8}\vec{a} \cdot \vec{b}$$

$$= \frac{1}{4} + \frac{9}{4} - \frac{3}{8} \cdot 2$$

$$= \frac{7}{4}$$

$$\therefore |\vec{PQ}| = \underline{\underline{\frac{\sqrt{7}}{2}}}$$

(4)  $AR:RC = s:1-s$  ( $0 < s < 1$ ),  
 $PR:RQ = t:1-t$  ( $0 < t < 1$ ) とおくと。

$$\vec{OR} = (1-s)\vec{a} + s \cdot \frac{1}{2}\vec{b}$$

$$\vec{OR} = (1-t) \cdot \frac{1}{4}\vec{a} + t \cdot \frac{3}{4}\vec{b}$$

$$\vec{a} \times \vec{b} \text{ より}, \begin{cases} 1-s = \frac{1}{4}(1-t) \\ \frac{s}{2} = \frac{3}{4}t \end{cases}$$

これを解くと,  $t = \frac{3}{5}, s = \frac{9}{10}$

$$\therefore \vec{OR} = \underline{\underline{\frac{1}{10}\vec{a} + \frac{9}{20}\vec{b}}}$$

