



2017年 理学部（数学・情報数理）第6問

6 曲線  $C$  は曲線  $y = -e^x$  を平行移動したものとする。  $C$  と曲線  $y = e^{-x}$  は  $x$  座標が  $t$  ( $t \geq 0$ ) である点を共有し、その点で共通の接線を持つとする。  $C$  と  $x$  軸と  $y$  軸とで囲まれた部分の面積を  $S(t)$  とする。

- (1)  $C$  の方程式を求めよ。
- (2)  $S(t)$  を求めよ。
- (3)  $S(t)$  が最大となるような  $t$  の値がただ1つ存在することを示せ。
- (4)  $S(t)$  が最大となるような  $t$  の値を  $\alpha$  とすると、 $\alpha > \log \frac{12}{5}$  であり、 $S(\alpha) < \frac{95}{144}$  となることを示せ。必要ならば  $\log \frac{24}{5} < 1.57$  を用いてもよい。