

2014年第1問



1 次の各問いに答えよ。

- (1) 三角形 ABC において辺 AB 上に点 D を、辺 AC 上に点 E をとり、線分 BE と線分 CD の交点を F とする。点 A, D, E, F が同一円周上にあり、さらに角のあいだに

$$\angle AEB = 2\angle ABE = 4\angle ACD$$

という関係が成り立つとき、 $\angle BAC$ の値を求めよ。

- (2) 4 個のさいころを同時に投げるとき、3 の倍数の目のみが出る確率を求めよ。
 (3) 正の実数 x, y に関する次の各命題の真偽を述べよ。また、真ならば証明し、偽ならば反例をあげよ。
 (i) x が無理数かつ y が有理数ならば、その和 $x + y$ は無理数である。
 (ii) x が無理数かつ y が無理数ならば、その和 $x + y$ は無理数である。

(1) $\angle ACD = \theta$ とおくと。

$$\angle ABE = 2\theta, \angle AEB = 4\theta$$

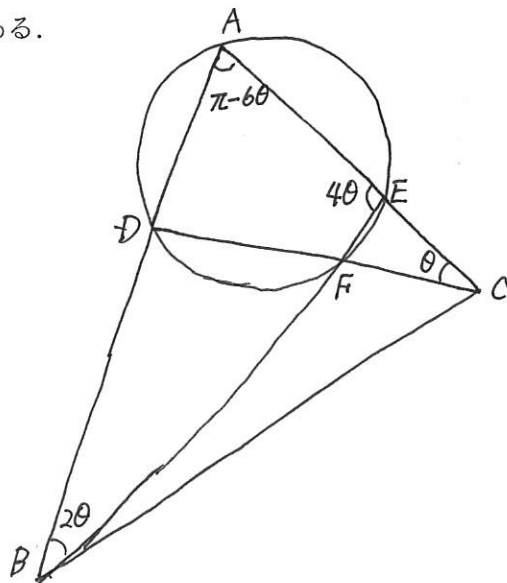
$$\angle A = \pi - 6\theta \quad (\because \triangle ABE \text{ の内角の和が } \pi)$$

$$\therefore \angle ADC = 5\theta \quad (\because \triangle ADC \text{ の内角の和が } \pi)$$

四角形 ADFE は円に内接しているから

$$5\theta + 4\theta = \pi \quad \therefore \theta = \frac{\pi}{9}$$

$$\therefore \angle BAC = \frac{\pi}{3}$$



(2) 3 の倍数は 3, 6 なので、 $\left(\frac{2}{6}\right)^4 = \frac{1}{81}$

(3)

(i) 背理法で示す。(真である)

x : 無理数, y : 有理数, $x + y$: 有理数 が同時に成り立つと仮定すると

$$x = (x + y) - y = (\text{有理数}) - (\text{有理数}) \text{ となり, } x: \text{有理数と成り}$$

x : 無理数に矛盾する \therefore (i) の命題は成り立つ \square

(ii) 反例をあげよ(偽である)

$$x = \sqrt{2} \text{ (無理数)}, y = 1 - \sqrt{2} \text{ (無理数) のとき } x + y = 1 \text{ (有理数)} \quad \square$$