

2017年医学部第3問

3 3gのおもり1個が片方の皿にのっているてんびんと、無数に用意された1g, 2g, 3gのおもりがある。以下の2つのルールに基づいて、てんびんの皿におもりを1個ずつのせる試行を行う。

1. てんびんが釣り合っていないときには、総重量が軽い方の皿に1g, 2g, 3gのおもりを無作為に1個選んでのせる。それぞれのおもりが選ばれる確率は $0 < a < 1$ として $\frac{a}{2}$, $\frac{a}{2}$, $1 - a$ である。
2. てんびんが釣り合った時点で試行をやめる。

n 回目の試行の結果、てんびんが釣り合っていない確率を p_n 、てんびんが釣り合って試行が終了する確率を q_n とするとき、以下の各問に答えよ。

- (1) p_1 と p_2 をそれぞれ a を用いて表せ。
- (2) p_n の一般項を a と n を用いて表せ。
- (3) q_n の一般項を a と n を用いて表せ。
- (4) $\sum_{n=1}^{\infty} nq_n$ を求めよ。