0001809360918999

近畿大学

2014年 文系 第3問

3 一般項が

$$a_n = \frac{1}{\sqrt{13}}\left\{\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2}\right)^n - \left(\frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)^n\right\}$$

で与えられた数列 $\{a_n\}$ を考える．

(1) この数列の初項 a_1 の値は $\boxed{ア}$ 1，第2項 a_2 の値は $\boxed{イ}$ 1 である．

(2) この数列は，漸化式 $a_{n+2} = a_{n+1} + \boxed{ウ}\,a_n$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$ を満たす．3

(3) この数列の第7項 a_7 の値は $\boxed{エオ}$ である．

(4) この数列の初項から第 n 項までの和を S_n で表す．このとき

$$a_{n+2} = \boxed{カ} + \boxed{キ}\,S_n \quad (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

1　3

が成り立つ．

(5) この数列には，1桁の素数 $\boxed{ク}$ 3 の倍数は現れない．

(6) (4)で与えられた S_n が10000以上となるような最小の n の値は $\boxed{ケコ}$ 12 である．

数理 石井K

(1) $a_1 = \frac{1}{\sqrt{13}}\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} - \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$

$= \underline{1}$ //

$a_2 = \frac{1}{\sqrt{13}}\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} - \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)\left(\frac{1+\sqrt{13}}{2} + \frac{1-\sqrt{13}}{2}\right)$

$= \underline{1}$ //

(2) $\alpha = \frac{1+\sqrt{13}}{2}$，$\beta = \frac{1-\sqrt{13}}{2}$ とおく

α, β は $x^2 - x - 3 = 0$ の解．

$a_{n+2} - a_{n+1} = \frac{1}{\sqrt{13}}(\alpha^{n+2} - \alpha^{n+1} + \beta^{n+2} - \beta^{n+1})$

$= \frac{1}{\sqrt{13}}\cdot 3(\alpha^n - \beta^n)$

$= \underline{3a_n}$ //

(3) (2)の漸化式を用いて．$a_3 = 4$，$a_4 = 7$，$a_5 = 19$

$a_6 = 40$，$\underline{a_7 = 97}$ //

(4)
$$a_{n+2} = a_{n+1} + 3a_n$$
$$a_{n+1} = a_n + 3a_{n-1}$$
$$\vdots$$
$$+\ a_3 = a_2 + 3a_1$$

$a_{n+2} + a_{n+1} + S_n - a_2 - a_1 = a_{n+1} + S_n - a_1 + 3S_n$

よって $a_{n+2} = a_2 + 3S_n$

$= \underline{1 + 3S_n}$ //

(5) $a_{n+2} = a_{n+1} + 3a_n$ より．各 a_n を3で割った余りは等しい

また，その余りは $a_1 = 1$ より 1　∴ $\underline{\text{3の倍数は現れない}}$ //

(6) $a_{n+2} = a_{n+1} + 3a_n$ に $a_{n+2} = 1 + 3S_n$，$a_{n+1} = 1 + 3S_{n-1}$，$a_n = 1 + 3S_{n-2}$

を代入して．$S_{n+2} = S_{n+1} + 3S_n + 1$

値を求めていくと．$S_{11} = 4736$，$S_{12} = 10896 > 10000$　∴ $\underline{n = 12}$ //