

2017年工学部第3問

3  $e$ を自然対数の底とするとき、次の問いに答えよ。

- (1)  $x > 0$ のとき、不等式  $e^x > 1 + x$  が成り立つことを証明せよ。
- (2)  $n$ は正の整数とする。  $x > 0$ のとき、不等式  $e^x > 1 + \sum_{m=1}^n \frac{x^m}{m!}$  が成り立つことを証明せよ。ただし、正の整数  $m$  に対して、  $m! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times m$  である。
- (3)  $N$ が正の整数のとき、  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^N}{e^x} = 0$  が成り立つことを証明せよ。