



2012年第3問

3 曲線 $C: y = \log x$ ($x > 0$) を考える. 自然数 n に対して, 曲線 C 上に点 $P(e^n, n)$, $Q(e^{2n}, 2n)$ をとり, x 軸上に点 $A(e^n, 0)$, $B(e^{2n}, 0)$ をとる. 四角形 $APQB$ を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を $V(n)$ とする. また, 線分 PQ と曲線 C で囲まれる部分を x 軸のまわりに 1 回転させてできる立体の体積を $S(n)$ とする.

(1) $V(n)$ を n の式で表せ.

(2) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{S(n)}{V(n)}$ を求めよ.