

2014年薬学部第4問

4 実数 x に対して、 x を超えない最大整数を $[x]$ で表すとする。例えば、 $[2] = 2$ 、 $[\frac{10}{3}] = 3$ である。次の のうち、 オ と カ には式を、その他には整数を記入せよ。

(1) $[-5.2] =$ ア となる。

(2) $[\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}}] =$ イ , $[\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}}] =$ ウ ,

$[\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{4}}] =$ エ となる。

(3) 不等式

$$\frac{1}{\sqrt{k+1} + \sqrt{k}} < \frac{1}{2\sqrt{k}} < \frac{1}{\sqrt{k} + \sqrt{k-1}}$$

の各辺を $k = 2$ から $k = n$ まで、それぞれ加え合わせると、

$$\text{オ} < \sum_{k=2}^n \frac{1}{\sqrt{k}} < \text{カ}$$

が得られる。ここで、 n は 2 以上の整数とする。これにより、

$$\text{キ} \times \sqrt{n} - \text{ク} - 1 < \sum_{k=1}^n \frac{1}{\sqrt{k}} < \text{キ} \times \sqrt{n} - \text{ク}$$

となる。よって、

$$\left[\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{9999}} + \frac{1}{\sqrt{10000}} \right] = \text{ケ}$$

である。

(4) 同様にして、

$$\left[\frac{1}{\sqrt{100}} + \frac{1}{\sqrt{101}} + \frac{1}{\sqrt{102}} + \cdots + \frac{1}{\sqrt{9999}} + \frac{1}{\sqrt{10000}} \right] = \text{コ}$$

となる。