和歌山大学

2011年第1問

$\boxed{1}$ 次の問いに答えよ．

(1) $\sin\theta = \dfrac{1}{5}$ であるとき，$\sin 3\theta$ の値を求めよ．

(2) $0 \leqq x \leqq \pi$ とする．このとき，

$$-2\sin 3x - \cos 2x + 3\sin x + 1 \leqq 0 \quad \cdots (*)$$

を満たすような x の範囲を求めよ．

(1) 3倍角の公式より，

$$\sin 3\theta = 3\sin\theta - 4\sin^3\theta$$
$$= 3\cdot\frac{1}{5} - 4\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^3$$
$$= \underline{\frac{71}{125}}$$ //

(2) $(*) \iff -2(3\sin\theta - 4\sin^3\theta) - (1 - 2\sin^2\theta) + 3\sin\theta + 1 \leqq 0$

$\iff 8\sin^3\theta + 2\sin^2\theta - 3\sin\theta \leqq 0$

$0 \leqq x \leqq \pi$ より，$\sin\theta \geqq 0$ なので

$(*) \iff \sin\theta(8\sin^2\theta + 2\sin\theta - 3) \leqq 0$

$\iff \sin\theta = 0$ または $(2\sin\theta - 1)\underbrace{(4\sin\theta + 3)}_{>0} \leqq 0$

$\iff \theta = 0, \pi$ または $\sin\theta \leqq \dfrac{1}{2}$

$\iff \underline{0 \leqq \theta \leqq \dfrac{\pi}{6},\ \dfrac{5}{6}\pi \leqq \theta \leqq \pi}$ //