山口大学

2014年 文系 第3問

3 次の問いに答えなさい．

(1) 2つの整数 a，b が $1+\sqrt{2}=a+b\sqrt{2}$ を満たすならば，$a=b=1$ であることを示しなさい．ただし，$\sqrt{2}$ が無理数であることは示さなくてよい．

(2) k を自然数とする．2つの整数 a，b が $(1+\sqrt{2})^{k+1}=a+b\sqrt{2}$ を満たしているとき，$(1+\sqrt{2})^{k}=a'+b'\sqrt{2}$ を満たす整数 a'，b' を a，b を用いて表しなさい．

(3) すべての自然数 n に対して，
命題「2つの整数 a，b が $(1+\sqrt{2})^{n}=a+b\sqrt{2}$ を満たしているならば，$(1-\sqrt{2})^{n}=a-b\sqrt{2}$ である」
が成り立つことを数学的帰納法を用いて示しなさい．