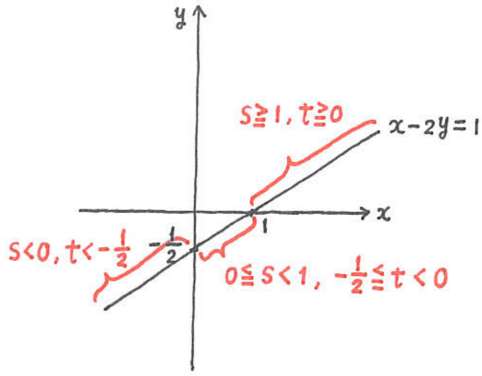
山口大学

2015年 第2問

$\boxed{2}$ 座標平面上で，点P$(s,\ t)$が直線$x-2y=1$上を動くとき，点Q$(s+|t|,\ |s|+t)$の軌跡を求め，図示しなさい．



Pが動く直線を3つの区間に分けて考える．

(i) $S \geqq 1$ のとき．このとき．$t \geqq 0$ であるから．

$Q(S+t,\ S+t)$ となり．

求める軌跡は．半直線 $y=x\ (x \geqq 1)$

(ii) $0 \leqq S < 1$ のとき．$-\frac{1}{2} \leqq t < 0$ であるから

$Q(S-t,\ S+t)$ この座標を(X,Y)とおくと，

$S=\frac{X+Y}{2}$，$t=\frac{Y-X}{2}$ これを $S-2t=1$ に代入して．

$\frac{X+Y}{2}-2\cdot\frac{Y-X}{2}=1$ $\quad\therefore Y=3X-2$

ただし，$X=S-t$ より．$\frac{1}{2} \leqq X < 1$

$\therefore$ 求める軌跡は．直線の一部 $y=3x-2\ \left(\frac{1}{2} \leqq x < 1\right)$

(iii) $S<0$ のとき．$t<-\frac{1}{2}$ であるから，

$Q(S-t,\ -S+t)$ となり．$S-t<\frac{1}{2}$

$\therefore$ 求める軌跡は．直線の一部 $y=-x\ \left(x<\frac{1}{2}\right)$

(i)〜(iii)より．求める軌跡は．折れ線

$$\begin{cases} y=x\ (x \geqq 1) \\ y=3x-2\ \left(\frac{1}{2} \leqq x < 1\right) \\ y=-x\ \left(x<\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

$\therefore$ 右の図になる．