



2016年理(数理科学)・医第3問

3 座標平面上の3点 $O(0, 0)$, $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ を頂点とする $\triangle OAB$ を考える.

$$\alpha = x_1 + y_1i, \quad \beta = x_2 + y_2i$$

とするとき、次の問いに答えなさい。ただし、 i は虚数単位である。

(1) $\triangle OAB$ の面積 S は

$$S = \frac{1}{4} |\alpha\bar{\beta} - \bar{\alpha}\beta|$$

で表されることを示しなさい。ただし、 $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ はそれぞれ α , β と共役な複素数である。

(2) k を 2 より大きい定数とする。 α , β が

$$\alpha^2 + \beta^2 = 1 \quad \text{かつ} \quad |\alpha - 1| + |\alpha + 1| = k$$

を満たすとき、次の各値は α , β によらず一定であることを示しなさい。

(i) $|\alpha|^2 + |\beta|^2$

(ii) $\triangle OAB$ の面積 S