



2010年工・理・教育第3問

3 A, A' をそれぞれ座標平面上の点 $(\alpha \cos \theta, \alpha \sin \theta), (-\alpha \cos \theta, -\alpha \sin \theta)$ とし, f を行列

$$\begin{pmatrix} r \cos \theta & -r \sin \theta \\ r \sin \theta & r \cos \theta \end{pmatrix}$$

の表す1次変換とする. $\alpha = \left(\frac{45}{4}\right)^{\frac{1}{6}}, r = \left(\frac{10}{3}\right)^{\frac{1}{6}}, \theta = \frac{\pi}{6}$ とするとき, 次の問いに答えなさい.

- (1) 2点 A, A' の逆変換 f^{-1} による像を焦点とし, 焦点からの距離の差が2に等しい双曲線 C_1 の方程式を求めなさい.
- (2) 2点 A, A' の合成関数 $f \circ f$ による像を焦点とし, 直線 $x + 2y = 0$ を漸近線にもつ双曲線 C_2 の方程式を求めなさい.
- (3) 双曲線 C_1 と C_2 により囲まれた部分を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積を求めなさい.