



2014年文系第3問

3 数列 $\{a_n\}$ が

$$a_1 + 2a_2 + 3a_3 + \cdots + na_n = 2^n - 1 \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

をみたしている。次の問いに答えよ。

(1) 一般項 a_n を求めよ。

(2) $S_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{a_k}$ とおくととき、

$$S_n = 4 - \frac{n+2}{2^{n-1}} \quad (n = 1, 2, 3, \cdots)$$

となることを数学的帰納法を用いて証明せよ。

(3) 和 $\sum_{k=1}^n \frac{k}{a_k}$ を求めよ。