

2015年一般I期第4問

4 数列

$$2 \cdot 3, 5 \cdot 5, 8 \cdot 7, 11 \cdot 9, \dots, a_n \cdot b_n, \dots$$

の初項から第 n 項までの和 S_n を求めることを考える。このとき、この数列の第 n 項 $a_n \cdot b_n$ が

$$a_n \cdot b_n = \left(\underset{3}{\square} n - \underset{1}{\square} \right) \cdot \left(\underset{2}{\square} n + \underset{1}{\square} \right)$$

と表されるので、

$$S_n = \frac{1}{2} n \left(\underset{4}{\square} n^2 + \underset{7}{\square} n + \underset{1}{\square} \right)$$

を得る。

$$\{a_n\}: 2, 5, 8, 11, \dots \quad \therefore a_n = 3n - 1$$

$$\{b_n\}: 3, 5, 7, 9, \dots \quad \therefore b_n = 2n + 1$$

逆の場合でも $a_n \cdot b_n$ の値に影響しない

$$\therefore a_n \cdot b_n = \underline{(3n-1) \cdot (2n+1)} \quad "$$

$$S_n = \sum_{k=1}^n a_k b_k$$

$$= \sum_{k=1}^n (6k^2 + k - 1)$$

$$= 6 \cdot \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) + \frac{1}{2} n(n+1) - n$$

$$= \frac{1}{2} n \{ 2(n+1)(2n+1) + n+1 - 2 \}$$

$$= \underline{\frac{1}{2} n (4n^2 + 7n + 1)} \quad "$$