



2011年工学部・生命環境（生命工）第5問

5 放物線  $C: y = x^2$  上の点  $P_1$  の座標を  $(1, 1)$  とする. 定数  $k$  ( $0 < k < 1$ ) に対して,  $P_1$  と点  $(0, k)$  を通る直線と  $C$  との交点を  $P_2$  とする. ただし,  $P_2$  は  $P_1$  とは異なる点とする.  $P_2$  と点  $(0, k^2)$  を通る直線と  $C$  との交点を  $P_3$  とする. ただし,  $P_3$  は  $P_2$  とは異なる点とする. 以下同様にして, 自然数  $n$  に対し,  $P_n$  と点  $(0, k^n)$  を通る直線と  $C$  との交点を  $P_{n+1}$  とする. ただし,  $P_{n+1}$  は  $P_n$  とは異なる点とする.

(1)  $P_{2n-1}$  および  $P_{2n}$  の座標を  $n$  と  $k$  を用いて表せ.

(2) 線分  $P_n P_{n+1}$  の長さを  $l_n$  とする.  $l_{2n-1}^2$  および  $l_{2n}^2$  を  $n$  と  $k$  を用いて表せ.

(3)  $k = \frac{1}{2}$  のとき, 無限級数  $l_1^2 + l_2^2 + \dots + l_n^2 + \dots$  の和を求めよ.