

2012年 第5問

5  $a$  を実数の定数とし、5次多項式  $f(x) = x^5 - \frac{5}{3}(a^2 + 1)x^3 + 5a^2x$  を考える。ただし、 $a > 1$  とする。

- (1) 5次方程式  $f(x) = 0$  が5つの異なる実数解をもつための  $a$  の条件を求めよ。
- (2)  $f(1) + f(a)$  が  $(a + 1)^3$  で割り切れるかどうかを調べよ。
- (3)  $a$  が(1)の条件を満たすとき、 $|f(1)| > |f(a)|$  となるための  $a$  の範囲を求めよ。
- (4)  $a$  が(1)と(3)の条件を満たすとき、5次方程式  $f(x) - c = 0$  が5つの異なる実数解をもつための実数  $c$  の範囲を求めよ。