

2014年数学科・物理学科（共通問題）第3問

3 放物線 $y = x^2$ を C , $y = -x^2 + 2x + 4$ を D とする. 実数 t を用いて表される D 上の点 $P(t, -t^2 + 2t + 4)$ における D の接線を l とする.

- (1) C と D が異なる 2 点で交わることを示し, その x 座標を求めよ.
- (2) 接線 l の方程式を $y = f(x)$ とする. $f(x)$ を求めよ.
- (3) (1) で求めた 2 交点の x 座標を a, b ($a < b$) とする. $a < t < b$ を満たす t に対して, (2) で求めた接線 l の方程式を $y = f(x)$ とする. 次の連立不等式の表す領域の面積を $S(t)$ とする.

$$\begin{cases} y \geq x^2 \\ y \leq f(x) \\ y \geq -x^2 + 2x + 4 \end{cases}$$

t が $a < t < b$ の範囲を動くとき, $S(t)$ が最小となる t の値と, そのときの $S(t)$ の値を求めよ.