



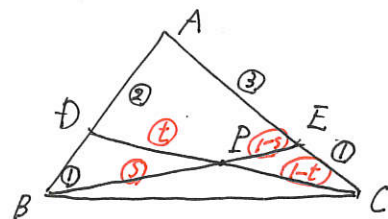
2014年 第1問

やや易

1  $\triangle ABC$ において、辺  $AB$  を  $2:1$  に内分する点を  $D$ 、辺  $AC$  を  $3:1$  に内分する点を  $E$  とし、線分  $CD$ 、 $BE$  の交点を  $P$  とする。次の問いに答えよ。

(1)  $\vec{AP}$  を、 $\vec{AB}$  と  $\vec{AC}$  を用いて表せ。

(2)  $AB = 3$ 、 $AC = 4$ 、 $AP = \sqrt{7}$  のとき、 $\angle BAC$  の大きさを求めよ。



$$(1). DP : PC = t : 1-t$$

$$BP : PE = s : 1-s \quad \text{とすると}$$

$$\vec{AP} = (1-t)\vec{AD} + t\vec{AC}$$

$$\therefore \vec{AD} = \frac{2}{3}\vec{AB} \text{ より } \vec{AP} = \frac{2}{3}(1-t)\vec{AB} + t\vec{AC} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$\text{また、} \vec{AP} = (1-s)\vec{AB} + s\vec{AE}$$

$$\therefore \vec{AE} = \frac{3}{4}\vec{AC} \text{ より } \vec{AP} = (1-s)\vec{AB} + \frac{3}{4}s\vec{AC} \quad \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} \textcircled{2} \text{ より } \begin{cases} \frac{2}{3}(1-t) = 1-s \\ t = \frac{3}{4}s \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} s = \frac{2}{3} \\ t = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\text{したがって } \underline{\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AC}} //$$

$$(2) (1) \text{ より } |\vec{AP}|^2 = \frac{1}{9}|\vec{AB}|^2 + \frac{1}{4}|\vec{AC}|^2 + \frac{1}{3}|\vec{AB}||\vec{AC}|\cos\angle BAC$$

$$\therefore 7 = 1 + 4 + 4\cos\angle BAC$$

$$\therefore \cos\angle BAC = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \underline{\angle BAC = 60^\circ} //$$