



2014年文系第4問

4 1次関数  $f_n(x) = a_n x + b_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) は以下の2つの条件を満たすとする.

(i)  $f_1(x) = x$

(ii)  $f_{n+1}(x)$  は整式  $P_n(x) = \int_1^x 6t f_n(t) dt$  を  $x^2 + x$  で割ったときの余りに等しい.

以下の問いに答えよ.

- (1)  $n \geq 1$  のとき,  $a_{n+1}$ ,  $b_{n+1}$  を  $a_n$ ,  $b_n$  を用いて表せ.
- (2)  $n \geq 2$  のとき,  $|a_n|$  と  $|b_n|$  は偶数であることを示せ.
- (3)  $n \geq 2$  のとき,  $|a_n|$  と  $|b_n|$  は3の倍数ではないことを示せ.