

2015年情報科・工第3問

3 3次関数 $f(x)$ は $x = -1$ と $x = -5$ で極値をとり, $f(0) = 14$, $f(1) = 64$ とする.

$$(1) f(x) = \boxed{2}x^3 + \boxed{18}x^2 + \boxed{30}x + \boxed{14} \text{ であり,}$$

$$f'(x) = \boxed{6}x^2 + \boxed{36}x + \boxed{30} \text{ である.}$$

(2) $f(x)$ の極大値は $\boxed{64}$ であり, 極小値は $\boxed{0}$ である.(3) 方程式 $f(x) = 0$ の異なる実数解の個数は $\boxed{2}$ 個である.(4) $f'(x) = g(x)$ とおく. 曲線 $y = g(x)$ と x 軸とで囲まれる図形 A の面積は $\boxed{64}$ である. 図形 A が直線 $x = a$ によって2つに分割され, 左側と右側の部分の面積の比が $5:27$ であるならば, a の値は $\boxed{-4}$ である.

(1) $f(x) = P(x+1)(x+5)$

$$= Px^2 + 6Px + 5P \text{ と表せるので}$$

$$f(x) = \frac{P}{3}x^3 + 3Px^2 + 5Px + C \text{ と表せる}$$

$$f(0) = 14 \text{ より, } C = 14 \quad f(1) = 64 \text{ より, } \frac{25}{3}P + 14 = 64 \quad \therefore P = 6$$

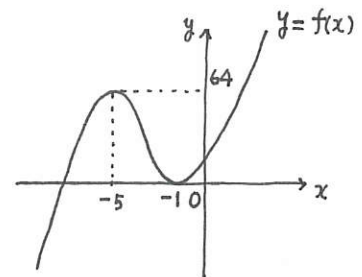
$$\therefore \underline{f(x) = 2x^3 + 18x^2 + 30x + 14} \quad \underline{f'(x) = 6x^2 + 36x + 30}$$

(2) $f'(x) = 6(x+1)(x+5)$

増減表より.

極大値 64 , 極小値 0

x	...	-5	...	-1	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	\nearrow	64	\searrow	0	\nearrow

(3) 右のグラフより, $f(x) = 0$ の異なる実数解は $\underline{2}$ 個.(4) A の面積 $S(A)$ は.

$$S(A) = \int_{-5}^{-1} -6(x+1)(x+5) dx = -6 \cdot \left(-\frac{1}{6}\right) \{(-1) - (-5)\}^3 = \underline{64}$$

$$\therefore \int_{-5}^a -6(x+1)(x+5) dx = 64 \cdot \frac{5}{5+27}$$

$$-6 \left[\frac{x^3}{3} + 3x^2 + 5x \right]_{-5}^a = 10$$

$$\therefore \frac{a^3}{3} + 3a^2 + 5a + \frac{125}{3} - 75 + 25 = -\frac{5}{3}$$

$$\therefore (a+4)(a^2+5a-5) = 0 \quad -5 < a < -1 \text{ より } \underline{a = -4}$$

